

Wymagania edukacyjne z matematyki

Klasa III – zakres rozszerzony

Program nauczania zgodny z:

Kurczab M., Kurczab E., Świda E., Szwed T., Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres rozszerzony., Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2019.

<i>Treści nauczania</i>	<i>Dopuszczający</i>	<i>Dostateczny</i>	<i>Dobry</i>	<i>Bardzo dobry</i>	<i>Celujący</i>
<i>Ciągi liczbowe</i>	- podaje definicję ciągu, sumy częściowej ciągu, ciągu monotonicznego, różnowartościowego - przedstawia sposoby określania ciągu - określa monotoniczność i różnowartościowość ciągu z definicji - rozwiązuje proste zadania dotyczące ciągów liczbowych	- posługuje się definicją rekurencyjną ciągu - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące ciągów liczbowych	- znajduje wzór ogólny ciągu z definicji rekurencyjnej - rozwiązuje złożone zadania dotyczące ciągów liczbowych	- udowadnia indukcyjnie równoważność pomiędzy definicją rekurencyjną, a ogólną ciągu - rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące ciągów liczbowych	Ocenę celującą otrzymuje uczeń, którego aktywności matematyczne świadczą o rozumieniu pojęć na poziomie strukturalnym (według: Dyrzla Z., „O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym”, WSP, Opole 1978) lub wykazał się umiejętnością
<i>Ciąg arytmetyczny i geometryczny</i>	- definiuje ciąg arytmetyczny i geometryczny - rozpoznaje ciąg arytmetyczny i geometryczny - stosuje zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego i geometrycznego - wykorzystuje pojęcie sumy częściowej ciągu arytmetycznego i geometrycznego - stosuje wzór ogólny ciągu arytmetycznego i geometrycznego - rozwiązuje proste zadania dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego	- omawia monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zależności od wartości współczynników - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego	- rozwiązuje złożone zadania dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego	- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące ciągu arytmetycznego i geometrycznego	rozwiązywania zadań pochodzących z olimpiad, zawodów lub konkursów matematycznych dla uczniów liceów (np. przechodząc do ich kolejnych etapów).

Granica ciągu	- definiuje pojęcia: ciąg nieskończony, ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, granica niewłaściwa ciągu, ciąg rozbieżny, ciąg naprzemienny, ciąg ograniczony, ciąg nieograniczony - podaje słowną definicję granicy ciągu i pojęć występujących w niej (np. otoczenie liczby na osi liczbowej) - wyjaśnia znaczenie zwrotu „prawie wszystkie wyrazy ciągu” - podaje twierdzenie o jednoznaczności granicy ciągu, twierdzenie o ciągu zbieżnym i ograniczonym oraz o ciągu ograniczonym i monotonicznym - podaje przykłady zastosowania powyższych twierdzeń - podaje twierdzenia dotyczące działań arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych i stosuje je do rozwiązywania zadań - rozwiązuje proste zadania dotyczące granicy ciągu	- podaje definicję Cauchy'ego granicy ciągu i objaśnia wszystkie jej elementy - podaje i stosuje twierdzenia: o trzech ciągach, o ciągu zbieżnym do liczby e, o iloczynie granicy ciągów zbieżnego do zera i ograniczonego - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące granicy ciągu - korzysta z granic ciągów typu $\sqrt[n]{a}$	- sprawdza na podstawie definicji, czy dana liczba jest granicą ciągu - rozwiązuje złożone zadania dotyczące granicy ciągu	- dowodzi twierdzenie o liczbie e - rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące granicy ciągu	
Szereg geometryczny	- definiuje szereg geometryczny i podaje oraz wyprowadza warunek jego zbieżności oraz wylicza granicę szeregu zbieżnego - rozwiązuje proste zadania dotyczące szeregu geometrycznego	- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące szeregu geometrycznego	- rozwiązuje złożone zadania dotyczące szeregu geometrycznego	- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące szeregu geometrycznego	

Kombinatoryka	- definiuje permutację, wariację, wariację bez powtórzeń, kombinację; - podaje wzory na permutację, wariację, wariację bez powtórzeń, kombinację; - definiuje symbol Newtona; - podaje podstawowe własności symbolu Newtona - rozwiązuje proste zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.	- wyprowadza wzory na liczbę permutacji, wariacji oraz kombinacji; - udowadnia podstawowe własności dotyczące symbolu Newtona; - rozwiązuje trudniejsze zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.	- rozwiązuje złożone zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.	- rozwiązuje niestandardowe zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.	
Czworokąty oraz czworokąt i koło	- klasyfikuje czworokąty i podaje ich charakterystykę - podaje twierdzenie o czworokącie, w który da się wpisać okrąg i na którym da się opisać okrąg i stosuje je w prostych zadaniach - podaje wzory na pole kwadratu, prostokąta, równoległoboku, rombu, trapezu, deltoidu. - oblicza przekątne kwadratu, rombu, równoległoboku, trapezu - podaje twierdzenie o kątach wewnętrznych przy ramionach w trapezie - rozwiązuje proste zadania z dotyczące czworokątów oraz koła z wykorzystaniem poznanych własności oraz twierdzeń	- rozwiązuje trudniejsze zadania z dotyczące czworokątów oraz koła z wykorzystaniem poznanych własności oraz twierdzeń	- rozwiązuje złożone zadania z dotyczące czworokątów oraz koła z wykorzystaniem poznanych własności oraz twierdzeń	- rozwiązuje niestandardowe zadania z dotyczące czworokątów oraz koła z wykorzystaniem poznanych własności oraz twierdzeń	
Granica funkcji	- definiuje pojęcia granicy właściwej funkcji w punkcie (w sensie Heinego), otoczenia, sąsiedztwa punktu na osi liczbowej, granicy niewłaściwej funkcji (w	- definiuje pojęcia granicy właściwej funkcji w punkcie (w sensie Cauchy'ego), granicy niewłaściwej funkcji (w sensie Cauchy'ego)	- oblicza granice funkcji typu $f(x)^{g(x)}$ - rozwiązuje złożone zadania dotyczące granicy funkcji	- udowadnia z definicji, że podana funkcja nie ma granicy - rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące granicy funkcji	

	sensie Heinego), asymptoty pionowej, poziomej, ukośnej funkcji. - podaje definicję granicy funkcji w nieskończoności w sensie Heinego - podaje twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach funkcji - oblicza granice funkcji z wykorzystaniem poznanych twierdzeń (np. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$) - wyjaśnia pojęcie granicy jednostronnej w punkcie i potrafi obliczać takie granice przy pomocy poznanych twierdzeń - wyznacza równania asymptot pionowych dla wykresów funkcji wymiernych - rozwiązuje proste zadania dotyczące granicy funkcji	- podaje definicję granicy funkcji w nieskończoności w sensie Cauchy'ego - sprawdza z definicji Heinego czy funkcja ma granice w punkcie - wyznacza równania asymptot ukośnych dla wykresów funkcji wymiernych - podaje twierdzenie o trzech funkcjach i stosuje je do obliczania granic funkcji - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące granicy funkcji			
Ciągłość funkcji	- podaje definicję ciągłości funkcji w punkcie w sensie Heinego i w sensie Cauchy'ego - rozpoznaje funkcję ciągłą na podstawie jej wykresu - podaje definicję ciągłości jednostronnej - wyjaśnia pojęcie ciągłości funkcji w zbiorze - podaje własność Darboux (o przyjmowaniu wartości pośrednich), twierdzenie Bolzano-Cauchy'ego (o zerowaniu się funkcji), twierdzenie Weierstrassa (o osiągnięciu kresów)	- rozróżnia typy nieciągłości - dookreśla funkcję, aby nowo powstała funkcja była funkcją ciągłą - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące ciągłości	- rozwiązuje złożone zadania dotyczące ciągłości	- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące ciągłości	

	- wykorzystuje poznane twierdzenia przy rozwiązywaniu zadań - sprawdza ciągłość funkcji w punkcie oraz zbiorze - korzysta z ciągłości funkcji przy obliczaniu granic - rozwiązuje proste zadania dotyczące pojęcia ciągłości funkcji				
Pochodna funkcji	- wyjaśnia pojęcie ilorazu różnicowego funkcji, potrafi wyznaczyć iloraz różnicowy w danym punkcie - podaje definicję pochodnej funkcji w punkcie (właściwej i niewłaściwej) - podaje definicję pochodnej jednostronnej funkcji w punkcie - wyjaśnia geometryczną oraz fizyczną interpretację pochodnej funkcji w punkcie - podaje podstawowe wzory na pochodne - podaje twierdzenia o pochodnej sumy, iloczynu, ilorazu funkcji różniczkowalnych - oblicza pochodne elementarnych funkcji przy pomocy poznanych twierdzeń i wzorów - wyjaśnia pojęcie stycznej do wykresu funkcji; wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji różniczkowalnej w danym punkcie	- oblicza – korzystając z definicji – pochodną dowolnej funkcji w punkcie - bada, czy funkcja do określenia której użyto kilku wzorów, jest różniczkowalna - bada przebieg zmienności funkcji - liczy pochodną funkcji złożonej oraz funkcji odwrotnej - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące pochodnej funkcji w punkcie w tym również zadania optymalizacyjne	- dowodzi twierdzenie o związku monotoniczności funkcji różniczkowalnej w przedziale, ze znakiem pochodnej w tym przedziale - rozwiązuje złożone zadania dotyczące pochodnej funkcji w punkcie w tym również zadania optymalizacyjne	- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące pochodnej funkcji w punkcie w tym również zadania optymalizacyjne	

	- bada monotoniczność funkcji różniczkowalnej przy pomocy pochodnej - definiuje pojęcie ekstremum lokalnego funkcji - podaje warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej - wyznacza ekstremum funkcji różniczkowalnej - rozwiązuje proste zadania dotyczące pochodnej funkcji w punkcie w tym również zadania optymalizacyjne - stosuje analizę matematyczną do rozwiązywania zadań ze stereometrii				
Równanie prostej na płaszczyźnie	- podaje równanie ogólne i kierunkowe prostej; określa, jaką rolę pełnią współczynniki tych równań; - wyznacza równanie prostej, przechodzącej przez dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); - bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; - podaje wzory na współrzędne środka odcinka o danych końcach, odległość dwóch danych punktów na płaszczyźnie, odległość danego punktu od danej prostej; - wykorzystuje znaczenie współczynników równania	- bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych; - wykorzystuje znaczenie współczynników równania ogólnego prostej przy rozwiązywaniu zadań; - rozwiązuje zadania trudniejsze dotyczące równania prostej na płaszczyźnie;	- rozwiązuje zadania złożone dotyczące równania prostej na płaszczyźnie;	- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące równania prostej na płaszczyźnie; - zapisuje i stosuje do rozwiązania zadania równanie parametryczne prostej;	

	<i>kierunkowego prostej przy rozwiązywaniu zadań. - rozwiązuje proste zadania dotyczące równania prostej na płaszczyźnie</i>				
<i>Prosta i okrąg na płaszczyźnie</i>	<i>- wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu, prostej i paraboli oraz dwóch okręgów; - bada wzajemne położenie prostej i okręgu; - rozwiązuje proste zadania dotyczące prostej i okręgu na płaszczyźnie; - stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;</i>	<i>- rozwiązuje zadania trudniejsze dotyczące prostej i okręgu na płaszczyźnie;</i>	<i>- rozwiązuje zadania złożone dotyczące prostej i okręgu na płaszczyźnie;</i>	<i>- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące prostej i okręgu na płaszczyźnie;</i>	
<i>Wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych</i>	<i>- zapisuje wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych; - stosuje wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;</i>	<i>- stosuje wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych przy rozwiązywaniu zadań trudniejszych;</i>	<i>- rozwiązuje złożone zadania z wykorzystaniem wzoru na pole trójkąta w układzie współrzędnych;</i>	<i>- rozwiązuje niestandardowe zadania z wykorzystaniem wzoru na pole trójkąta w układzie współrzędnych;</i>	
<i>Zadania optymalizacyjne</i>	<i>- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej; - rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</i>	<i>- rozwiązuje trudniejsze zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</i>	<i>- rozwiązuje złożone zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</i>	<i>- rozwiązuje niestandardowe zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</i>	

Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji i aktywnie korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.

Klasyfikację poziomów trudności zadań matematycznych opracowano według: Dyrszlag Z., *O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym*, WSP, Opole 1978.

1. Zadanie proste ma na celu kontrolę rozumienia wszystkich pojęć w danym zadaniu na poziomie definicyjnym oraz zastosowanie wiadomości w sytuacjach typowych.
2. Zadanie trudniejsze dodatkowo wymaga od ucznia wykazania się rozumieniem pojęć w nim występujących na poziomie lokalnej komplikacji oraz zastosowanie analizowanych wiadomości w sytuacjach nietypowych tj. np. takich, w których na dane pojęcie narzucono dodatkowe warunki.
3. Zadanie złożone dodatkowo weryfikuje umiejętność ucznia do sprawnego łączenia wiadomości z co najmniej kilku działów matematyki i stosowania ich do sytuacji problemowych, sprawność rachunkową oraz stałą kontrolę wszystkich warunków zadania na każdym etapie jego rozwiązania.
4. Zadanie niestandardowe dodatkowo sprawdza rozumienie przez ucznia zawartych w zadaniu pojęć na poziomie uogólnienia, uwzględnia zastosowanie poznanej wiedzy do sytuacji problemowych, których rozwiązanie polega na konieczności abstrakcyjnego uogólnienia poznanych wiadomości lub twórczej aktywności matematycznej.