

Wymagania edukacyjne z matematyki

Klasa III – zakres podstawowy – liceum czteroletnie

Program nauczania zgodny z:

Kurczab M., Kurczab E., Swida E., *Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres Podstawowy.*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2020.

<i>Treści nauczania</i>	<i>Dopuszczający</i>	<i>Dostateczny</i>	<i>Dobry</i>	<i>Bardzo dobry</i>	<i>Celujący</i>
<p><i>Ułamki algebraiczne.</i> <i>Równania wymierne</i></p>	<p><i>Uczeń:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej –potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego –potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie –potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań –potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych –zna definicję równania wymiernego –potrafi rozwiązywać proste równania wymierne –wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności 	<p><i>Uczeń:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych –rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej –potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczącej funkcji homograficznej 	<p><i>Uczeń:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych –potrafi rozwiązywać równania wymierne –potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) –potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie –potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych 	<p><i>Uczeń:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) –potrafi rozwiązywać równania z wartością bezwzględną –potrafi rozwiązywać równania wymierne z parametrem 	<p><i>Ocenę celującą otrzymuje uczeń, którego aktywności matematyczne świadczą o rozumieniu pojęć na poziomie strukturalnym (według: Dyrzlag Z., „O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym”, WSP, Opole 1978) lub wykazał się umiejętnością rozwiązywania zadań pochodzących z olimpiad, zawodów lub konkursów matematycznych dla uczniów liceów (np. przechodząc do ich kolejnych etapów).</i></p>

	<p>–zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cd \neq 0$</p> <p>–potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cd \neq 0$, do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$, gdzie $x - p \neq 0$</p> <p>–potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$, gdzie $x - p \neq 0$</p> <p>–potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$, gdzie $x - p \neq 0$</p>				
Ciągi	<p>–zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)</p> <p>–potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym</p> <p>–wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych</p> <p>–potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym</p> <p>–potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych</p> <p>–zna definicję ciągu arytmetycznego</p> <p>–potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;</p> <p>–potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny</p>	<p>–wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym</p> <p>–bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący</p> <p>–potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości</p> <p>–wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów</p> <p>–potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;</p> <p>–stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych</p> <p>–wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy</p>	<p>–potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</p> <p>–stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań</p> <p>–wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny</p> <p>–potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;</p> <p>–potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym</p> <p>–potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym</p> <p>–rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym</p>	<p>- rozwiązuje zadania niestandardowe dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> -wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę -zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego; -zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; -zna definicję ciągu geometrycznego; -potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych -potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; -wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz -zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego; -zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; -potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; -oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji 	<ul style="list-style-type: none"> -wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy -potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; -potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; -stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych -potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; -wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie -wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny -oblicza oprocentowanie lokaty -określa okres oszczędzania -bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby 			
--	--	---	--	--	--

<p><i>Kombinatoryka</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; - zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; - zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; - zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; - rozwiązuje proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; - stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek - przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia - wypisuje permutacje danego zbioru - oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru - przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni - oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń - oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami - stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek - zna symbol Newtona - oblicza wartość symbolu Newtona 	<ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań - wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań - wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań - wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań - umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności 	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji 	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów - prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki 	
-----------------------------	---	--	--	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> - zna własności symbolu Newtona - zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego 				
<p>Geometria płaska - czworokąty</p>	<ul style="list-style-type: none"> - zna podział czworokątów; - potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; - wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; - zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ; - potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; - zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; - wie, jakie własności ma romb; - zna własności prostokąta i kwadratu; - wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; - zna własności deltoidu; - zna i rozumie definicję podobieństwa; - potrafi wskazać figury podobne; 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań - korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) - potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. - umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; 	<ul style="list-style-type: none"> - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; 	<ul style="list-style-type: none"> - umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; - potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; - korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. 	

<p><i>Geometria płaska</i> – pole czworokąta</p>	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; –zna wzory na pole równoległoboku; –zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; –zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; –zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; –potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; –potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; –potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). 	
<p><i>Geometria analityczna</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> –zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych –potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne –zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej –zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki –potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi –rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów –potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki – potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) –potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; –potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu 	<ul style="list-style-type: none"> –rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry –rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów –rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest jego pole) –stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności –potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności 	

<p><i>–potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;</i></p> <p><i>–potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;</i></p> <p><i>–umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;</i></p> <p><i>–potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;</i></p> <p><i>–potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;</i></p> <p><i>–zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu</i></p> <p><i>–potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;</i></p> <p><i>–potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;</i></p> <p><i>–wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią</i></p>				
---	--	--	--	--

Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji i aktywnie korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.

Klasyfikację poziomów trudności zadań matematycznych opracowano według: Dyrzlag Z., *O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym*”, WSP, Opole 1978.

1. Zadanie proste ma na celu kontrolę rozumienia wszystkich pojęć w danym zadaniu na poziomie definicyjnym oraz zastosowanie wiadomości w sytuacjach typowych.
2. Zadanie trudniejsze dodatkowo wymaga od ucznia wykazania się rozumieniem pojęć w nim występujących na poziomie lokalnej komplikacji oraz zastosowanie analizowanych wiadomości w sytuacjach nietypowych tj. np. takich, w których na dane pojęcie narzucono dodatkowe warunki.
3. Zadanie złożone dodatkowo weryfikuje umiejętność ucznia do sprawnego łączenia wiadomości z co najmniej kilku działów matematyki i stosowania ich do sytuacji problemowych, sprawność rachunkową oraz stałą kontrolę wszystkich warunków zadania na każdym etapie jego rozwiązania.
4. Zadanie niestandardowe dodatkowo sprawdza rozumienie przez ucznia zawartych w zadaniu pojęć na poziomie uogólnienia, uwzględnia zastosowanie poznanej wiedzy do sytuacji problemowych, których rozwiązanie polega na konieczności abstrakcyjnego uogólnienia poznanych wiadomości lub twórczej aktywności matematycznej.