

Wymagania edukacyjne z matematyki

Klasa IV – zakres podstawowy – liceum czteroletnie

Program nauczania zgodny z:

Kurczab M., Kurczab E., Swida E., *Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres Podstawowy.*, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2020.

<i>Treści nauczania</i>	<i>Dopuszczający</i>	<i>Dostateczny</i>	<i>Dobry</i>	<i>Bardzo dobry</i>	<i>Celujący</i>
<i>Funkcja wykładnicza</i>	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym; – zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach; – zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach; – potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; – potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; – stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań – zna definicję funkcji wykładniczej – potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji – potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie – potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi – potrafi porównywać potęgi – potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu – potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu o współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrię względem osi układu (złożenie przekształceń) 	<ul style="list-style-type: none"> – sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki; – sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie; – sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; – potrafi wylączać wspólną potęgę poza nawias; – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną – potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem – potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg – potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym; – porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki; – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania – potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych – potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych 	<p>Ocenę celującą otrzymuje uczeń, którego aktywności matematyczne świadczą o rozumieniu pojęć na poziomie strukturalnym (według: Dyrzslag Z., „O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym”, WSP, Opole 1978) lub wykazał się umiejętnością rozwiązywania zadań pochodzących z olimpiad, zawodów lub konkursów matematycznych dla uczniów liceów (np. przechodząc do ich kolejnych etapów).</p>

	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw – potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor) – potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu – zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej – potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze 		<ul style="list-style-type: none"> – z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych – potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości/monotoniczności funkcji 		
<i>Funkcja logarytmiczna</i>	<ul style="list-style-type: none"> – zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji; – zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana; – zna pojęcie logarytmu dziesiętnego; – potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy – zna definicję funkcji logarytmicznej; – potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; – potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi; – potrafi zamienić podstawę logarytmu; – stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu – zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń – wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu 	<ul style="list-style-type: none"> – zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach; – rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu – potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami; – potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń – potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu; – potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń; – – potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach – potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem – potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o pod- 	

	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; –potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; –potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (SOX, SOY, SO, przesunięcie równoległe o dany wektor); 	<ul style="list-style-type: none"> –podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej –potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć $\log 220$ wiedząc, że $\log 25 = p$) –potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu –potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; –potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; –rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) –posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. 	<ul style="list-style-type: none"> –wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej –potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej –potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> –wyższym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym –potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych –potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia –potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą; –potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy 	
Elementy statystyki	<ul style="list-style-type: none"> –zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów –potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności. –oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób 	<ul style="list-style-type: none"> –potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach –wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu 	

	<ul style="list-style-type: none"> – zna i rozumie pojęcie skali centylowej – zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego, – potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów – i wykresów – potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; – potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne. – potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych – wyznacza medianę i dominantę zestawu danych – potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych – potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami 	<ul style="list-style-type: none"> – potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe – wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną – wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę – potrafi korzystać ze skali centylowej – wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami – wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych – potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami – stosuje w zadaniach średnią ważoną 	<ul style="list-style-type: none"> – oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób – rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona – potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej 	<p>trudności pojęcia statystyczne</p>	
<p>Rachunek prawdopodobieństwa</p>	<ul style="list-style-type: none"> – zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; – potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc 	<ul style="list-style-type: none"> – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń – potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają – zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; 	<ul style="list-style-type: none"> – umie udowodnić własności prawdopodobieństwa; – umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; – rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności 	<ul style="list-style-type: none"> – stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń – oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych – rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności 	

	<p>oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;</p> <p>– zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń</p> <p>– potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;</p> <p>– zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa</p> <p>– umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego</p> <p>– potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się</p>	<p>– rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;</p> <p>– wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach</p> <p>– potrafi podać rozkład zmiennej losowej</p>	<p>– Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności</p> <p>– oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa</p>	<p>– prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory</p>	
<p>Geometria przestrzenna. Wielościany.</p>	<p>– potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni</p> <p>– potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni</p> <p>– potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni</p> <p>– rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę</p> <p>– umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny</p> <p>– umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn</p> <p>– rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny</p>	<p>– potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</p> <p>– oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa</p> <p>– stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa</p> <p>– oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również</p> <p>– z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii</p> <p>– oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego</p>	<p>– przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni</p> <p>– stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych</p> <p>– stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań</p> <p>– rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii</p> <p>– rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego</p>	<p>– przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny</p> <p>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego</p> <p>– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa</p> <p>– przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych</p>	

	<p>oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych – rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną – rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego” – zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa – zna podział graniastosłupów – umie narysować siatki graniastosłupów prostych – potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment – potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; – zna podział ostrosłupów; – umie narysować siatki ostrosłupów prostych; – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach 	<ul style="list-style-type: none"> – oblicza objętość graniastosłupa pochylego – oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę – potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta; 	<ul style="list-style-type: none"> – oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii – potrafi wyznaczać przekroje wielościanów; – potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju graniastosłupa daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa) – potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; 		
--	--	---	--	--	--

	<p><i>pach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;</i></p> <p>– <i>potrafi rozpoznać w graniastoslupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;</i></p> <p>– <i>umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastoslupów</i></p> <p>– <i>umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych, typowych zadaniach</i></p>				
<p><i>Geometria przestrzenna. Bryły obrotowe.</i></p>	<p>– <i>zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca</i></p> <p>– <i>rozumie określenie “przekrój osiowy walca”</i></p> <p>– <i>zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;</i></p> <p>– <i>rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów</i></p>	<p>– <i>potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej</i></p> <p>– <i>rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka</i></p> <p>– <i>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)</i></p> <p>– <i>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych</i></p> <p>– <i>potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych</i></p>	<p>– <i>określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;</i></p> <p>– <i>potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);</i></p> <p>– <i>potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań</i></p> <p>– <i>potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;</i></p>	<p>– <i>potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.);</i></p> <p>– <i>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)</i></p>	

	–zna określenie kuli –rozumie pojęcie objętości bryły –umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach	–w rozwiązaniach prostych zadań			
--	---	---------------------------------	--	--	--

Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji i aktywnie korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.

Klasyfikację poziomów trudności zadań matematycznych opracowano według: Dyrzlag Z., *O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym*”, WSP, Opole 1978.

1. Zadanie proste ma na celu kontrolę rozumienia wszystkich pojęć w danym zadaniu na poziomie definicyjnym oraz zastosowanie wiadomości w sytuacjach typowych.
2. Zadanie trudniejsze dodatkowo wymaga od ucznia wykazania się rozumieniem pojęć w nim występujących na poziomie lokalnej komplikacji oraz zastosowanie analizowanych wiadomości w sytuacjach nietypowych tj. np. takich, w których na dane pojęcie narzucono dodatkowe warunki.
3. Zadanie złożone dodatkowo weryfikuje umiejętność ucznia do sprawnego łączenia wiadomości z co najmniej kilku działów matematyki i stosowania ich do sytuacji problemowych, sprawność rachunkową oraz stałą kontrolę wszystkich warunków zadania na każdym etapie jego rozwiązania.
4. Zadanie niestandardowe dodatkowo sprawdza rozumienie przez ucznia zawartych w zadaniu pojęć na poziomie uogólnienia, uwzględnia zastosowanie poznanej wiedzy do sytuacji problemowych, których rozwiązanie polega na konieczności abstrakcyjnego uogólnienia poznanych wiadomości lub twórczej aktywności matematycznej.