

## Wymagania edukacyjne z matematyki (Elżbieta Wójcik)

### Klasa 4f – zakres rozszerzony – liceum czteroletnie

Program nauczania zgodny z:

Kurczab M., Kurczab E., Świda E., Szwed T., Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres rozszerzony., Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Warszawa 2019.

| Treści nauczania   | Dopuszczający   | Dostateczny   | Dobry  | Bardzo dobry  | Celujący  |
|--|---|---|--|---|---|
| Zadania optymalizacyjne  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej;</li> <li>- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje złożone zadania optymalizacyjne związane z geometrią analityczną z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej lub rachunku różniczkowego;</li> </ul>            |   |
| Wzory trygonometryczne sumy i różnicy funkcji, funkcji sumy i różnicy argumentów, funkcji podwojonego kąta | <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje wzory, potrafi je stosować</li> <li>- rozwiązuje proste zadania z zastosowaniem podanych wzorów</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania z zastosowaniem podanych wzorów</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyprowadza poznane wzory</li> <li>- rozwiązuje złożone zadania z zastosowaniem podanych wzorów</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania z zastosowaniem podanych wzorów</li> </ul>   |   |
| Wykresy funkcji trygonometrycznych   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- sporządza wykres dowolnej funkcji trygonometrycznej i odczytuje z tego wykresu jej własności</li> <li>- rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne</li> <li>- podaje z jakich własności korzysta podczas rozwiązywania równań i nierówności</li> <li>- rozwiązuje proste zadania dotyczące wykresów funkcji trygonometrycznych</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- odczytuje z wykresu związki między funkcjami trygonometrycznymi</li> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące wykresów funkcji trygonometrycznych, także z parametrem, w tym zadania dotyczące przekształceń wykresów funkcji</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje złożone zadania dotyczące wykresów funkcji trygonometrycznych, także z parametrem, w tym zadania dotyczące przekształceń wykresów funkcji</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące wykresów funkcji trygonometrycznych, w tym zadania dotyczące przekształceń wykresów funkcji</li> </ul> |   |
| Funkcja potęgowa   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- wypowiada i stosuje twierdzenia o potęgach</li> <li>- sporządza wykresy funkcji potęgowej o dowolnym wykładniku;</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące potęg</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje złożone zadania dotyczące potęg</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące potęg</li> </ul>   | Ocenę celującą otrzymuje uczeń, którego aktywności matematyczne świadczą o rozumieniu |

|   |  |   |   |  |   |
|---|--|---|---|--|---|
|   | - rozwiązuje proste zadania dotyczące potęg  |   |   |  | pojęć na poziomie strukturalnym (według: Dyrzlag Z., „O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym”, WSP, Opole 1978) lub wykazał się umiejętnością rozwiązywania zadań pochodzących z olimpiad, zawodów lub konkursów matematycznych dla uczniów liceów (np. przechodząc do ich kolejnych etapów). |
| Funkcja wykładnicza                               | - wymienia własności i sporządza wykres funkcji wykładniczej<br>- rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze<br>- posługuje się funkcją wykładniczą, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi;  | - sporządza wykres funkcji której wykres jest przekształceniem wykresu funkcji wykładniczej przez poznane wcześniej przekształcenia<br>- rozwiązuje trudniejsze równania i nierówności wykładnicze      | - rozwiązuje złożone równania i nierówności wykładnicze;  | - rozwiązuje niestandardowe równania i nierówności wykładnicze   |   |
| Funkcja logarytmiczna                             | - wymienia własności i sporządza wykres funkcji logarytmicznej;<br>- rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze;<br>- posługuje się funkcją logarytmiczną, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi;  | - sporządza wykres funkcji której wykres jest przekształceniem wykresu funkcji logarytmicznej poznane wcześniej przekształcenia;<br>- rozwiązuje trudniejsze równania i nierówności logarytmiczne;      | - rozwiązuje złożone zadania dotyczące funkcji logarytmicznej<br>- wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej, takie jak monotoniczność i różnowartościowość przy rozwiązywaniu zadań;               | - rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące funkcji logarytmicznej;  |   |
| Silnia, symbol i dwumian Newtona, trójkąt Pascala | - definiuje silnię i symbol Newtona<br>- sprawnie skraca wyrażenia z silnią z liczbami oraz zmiennymi<br>- podaje podstawowe własności symbolu Newtona i stosuje je<br>- podaje rozwinięcie dwumianu Newtona $(a + b)^n$ , $(a - b)^n$ oraz wykorzystuje trójkąt Pascala<br>- rozwiązuje proste zadania dotyczące silni, symbolu oraz dwumianu Newtona | - zapisuje dwumian Newtona za pomocą symbolu $\Sigma$<br>- udowadnia podstawowe własności dotyczące symbolu Newtona;<br>- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące silni, symbolu oraz dwumianu Newtona | - przekształca złożone wyrażenia z silnią<br>- znajduje dowolny składnik dwumianu Newtona nie dokonując jego rozwinięcia<br>- rozwiązuje złożone zadania dotyczące silni, symbolu oraz dwumianu Newtona | - udowadnia trudniejsze własności dotyczące symbolu Newtona;<br>- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące silni, symbolu oraz dwumianu Newtona |   |
| Kombinatoryka                                     | - definiuje permutację, wariację, wariację bez powtórzeń, kombinację;  | - wyprowadza wzory na liczbę permutacji, wariacji oraz kombinacji;  | - rozwiązuje złożone zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.   | - rozwiązuje niestandardowe zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.   |   |

|                             |  |  |  |   |  |
|-----------------------------|--|--|--|---|--|
|                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje wzory na permutację, wariację, wariację bez powtórzeń, kombinację;</li> <li>- rozwiązuje proste zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania kombinatoryczne lub dotyczące symbolu Newtona.</li> </ul>  |  |   |  |
| Rachunek prawdopodobieństwa | <ul style="list-style-type: none"> <li>- definiuje pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, zdarzenie, zdarzenie sprzyjające zajściu danego zdarzenia, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;</li> <li>- zapisuje w sposób formalny zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego;</li> <li>- podaje aksjomatyczną oraz klasyczną definicję prawdopodobieństwa;</li> <li>- podaje własności prawdopodobieństwa wynikające z aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;</li> <li>- definiuje prawdopodobieństwo warunkowe;</li> <li>- podaje wzór na prawdopodobieństwo całkowite;</li> <li>- definiuje parę zdarzeń niezależnych;</li> <li>- definiuje schemat Bernoulliego oraz podaje wzór na prawdopodobieństwo osiągnięcia k sukcesów w schemacie n prób Bernoulliego;</li> <li>- rozwiązuje proste zadania z rachunku prawdopodobieństwa;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- udowadnia własności wynikające z aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;</li> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania z rachunku prawdopodobieństwa;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- udowadnia wzór na prawdopodobieństwo całkowite;</li> <li>- podaje wzór Bayesa;</li> <li>- stosuje wzór Bayesa do rozwiązywania zadań;</li> <li>- definiuje pojęcie niezależności n zdarzeń;</li> <li>- wyprowadza wzór na prawdopodobieństwo osiągnięcia k sukcesów w schemacie n prób Bernoulliego;</li> <li>- wyjaśnia ograniczoność definicji klasycznej prawdopodobieństwa;</li> <li>- rozwiązuje złożone zadania z rachunku prawdopodobieństwa;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania z rachunku prawdopodobieństwa;</li> <li>- dowodzi wzór Bayesa</li> </ul> |  |
| Statystyka                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- odczytuje dane statystyczne zaprezentowane w różny sposób</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania statystyczne;</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje złożone zadania statystyczne;</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania statystyczne;</li> </ul>   |  |

|   |   |  |   |   |  |
|---|---|--|---|---|--|
|   | <p><i>m.in. w postaci tabel, diagramów czy wykresów;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>prezentuje dane statystyczne w różny sposób m.in. w postaci tabel, diagramów czy wykresów;</i></li> <li>- <i>definiuje pojęcia: rozstęp, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, moda, wariancja, odchylenie standardowe.</i></li> <li>- <i>rozwiązuje proste zadania statystyczne;</i></li> <li>- <i>stosuje skalę centylową</i></li> <li>- <i>oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach</i></li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>oblicza i interpretuje odchylenie standardowe dla danych empirycznych;</i></li> </ul>  |   |   |  |
| <i>Proste i płaszczyzny w przestrzeni</i> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>określa położenie dwóch prostych w przestrzeni;</i></li> <li>- <i>określa położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni;</i></li> <li>- <i>określa położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni;</i></li> <li>- <i>definiuje odległość punktu oraz prostej od płaszczyzny;</i></li> <li>- <i>definiuje prostą równoległą i prostopadłą do płaszczyzny.</i></li> <li>- <i>podaje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;</i></li> <li>- <i>ilustruje i wyznacza kąt pomiędzy prostą a płaszczyzną w figurach przestrzennych;</i></li> <li>- <i>ilustruje i wyznacza kąt dwuścienny, kąt liniowy kąta dwuściennego w figurach przestrzennych;</i></li> <li>- <i>rozwiązuje proste zadania dotyczące prostych i płaszczyzn w przestrzeni.</i></li> <li>- <i>zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny.</i></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>definiuje rzut prostokątny na płaszczyznę;</i></li> <li>- <i>definiuje kąt pomiędzy prostą a płaszczyzną;</i></li> <li>- <i>definiuje kąt dwuścienny i kąt liniowy kąta dwuściennego;</i></li> <li>- <i>rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące prostych i płaszczyzn w przestrzeni.</i></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>udowadnia twierdzenie o trzech prostych prostopadłych;</i></li> <li>- <i>rozwiązuje złożone zadania dotyczące prostych i płaszczyzn w przestrzeni.</i></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące prostych i płaszczyzn w przestrzeni.</i></li> </ul> |  |

|   |  |   |  |   |  |
|---|--|---|--|---|--|
| <p><i>Graniastoslupy i ostrosłupy; bryły obrotowe</i></p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- definiuje graniastosłup, graniastosłup prosty, graniastosłup prawidłowy oraz pojęcia z nim związane: podstawa, ściana boczna, krawędź boczna, krawędź podstawy, wysokość, wierzchołek</li> <li>- definiuje ostrosłup, ostrosłup prosty, ostrosłup prawidłowy oraz pojęcia z nim związane: podstawa, ściana boczna, krawędź boczna, krawędź podstawy, wysokość, spodek wysokości, wierzchołek.</li> <li>- lokalizuje spodek wysokości ostrosłupa w bryłach o zadanych własnościach.</li> <li>- definiuje wielościan foremny; rozróżnia i charakteryzuje rodzaje wielościanów foremnych;</li> <li>- rysuje siatki ostrosłupów i graniastosłupów oraz rozpoznaje bryły na podstawie ich siatki;</li> <li>- podaje twierdzenie Eulera dotyczące wielościanów;</li> <li>- definiuje bryłę obrotową;</li> <li>- definiuje walec, stożek oraz pojęcia z nimi związane: podstawa, powierzchnia boczna, tworząca, wysokość, oś obrotu, przekrój osiowy;</li> <li>- definiuje kulę.</li> <li>- ilustruje przekroje brył;</li> <li>- rozwiązuje proste zadania dotyczące brył przestrzennych;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące brył przestrzennych;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje złożone zadania dotyczące brył przestrzennych;</li> <li>- definiuje wielościany dualne;</li> <li>- wskazuje pary wielościanów dualnych;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania dotyczące brył przestrzennych;</li> <li>- udowadnia, że wielościanów foremnych jest co najwyżej pięć;</li> </ul> |  |
|---|--|---|--|---|--|

|   |  |   |   |  |  |
|---|--|---|---|--|--|
| <p>Zastosowanie rachunku różniczkowego w stereometrii</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> </ul>                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania optymalizacyjne dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> <li>- rozwiązuje proste zadania optymalizacyjne dotyczące brył obrotowych z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje trudniejsze zadania optymalizacyjne dotyczące brył obrotowych z wykorzystaniem rachunku różniczkowego</li> <li>- rozwiązuje złożone zadania optymalizacyjne dotyczące geometrii przestrzennej z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje niestandardowe zadania optymalizacyjne dotyczące geometrii przestrzennej z wykorzystaniem rachunku różniczkowego;</li> </ul>                       |  |
| <p>Powtórki materiału</p>                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>- posiada wiedzę i umiejętności na ocenę dopuszczającą dotyczące <b>podstawy programowej</b> zawartej w wymaganiach edukacyjnych do klasy I, II, III</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- posiada wiedzę i umiejętności na ocenę dostateczną dotyczące <b>podstawy programowej</b> zawartej w wymaganiach edukacyjnych do klasy I, II, III.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- posiada wiedzę i umiejętności na ocenę dobrą dotyczące <b>podstawy programowej</b> zawartej w wymaganiach edukacyjnych do klasy I, II, III.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- posiada wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobrą dotyczące <b>podstawy programowej</b> zawartej w wymaganiach edukacyjnych do klasy I, II, III.</li> </ul> |  |

Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji i aktywnie korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.

### **Uwaga!**

**Należy podkreślić, że nauczyciel ma prawo do zaniechania realizacji pewnych wymagań spoza podstawy programowej, jeżeli w swojej ocenie uzna, że zasadne jest dostosowanie tych wymagań ze względu na możliwości i umiejętności danej klasy.**

Klasyfikację poziomów trudności zadań matematycznych opracowano według: Dyrszlag Z., O poziomach i kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym”, WSP, Opole 1978.

1. Zadanie proste ma na celu kontrolę rozumienia wszystkich pojęć w danym zadaniu na poziomie definicyjnym oraz zastosowanie wiadomości w sytuacjach typowych.
2. Zadanie trudniejsze dodatkowo wymaga od ucznia wykazania się rozumieniem pojęć w nim występujących na poziomie lokalnej komplikacji oraz zastosowanie analizowanych wiadomości w sytuacjach nietypowych tj. np. takich, w których na dane pojęcie narzucono dodatkowe warunki.
3. Zadanie złożone dodatkowo weryfikuje umiejętność ucznia do sprawnego łączenia wiadomości z co najmniej kilku działów matematyki i stosowania ich do sytuacji problemowych, sprawność rachunkową oraz stałą kontrolę wszystkich warunków zadania na każdym etapie jego rozwiązania.
4. Zadanie niestandardowe dodatkowo sprawdza rozumienie przez ucznia zawartych w zadaniu pojęć na poziomie uogólnienia, uwzględnia zastosowanie poznanej wiedzy do sytuacji problemowych, których rozwiązanie polega na konieczności abstrakcyjnego uogólnienia poznanych wiadomości lub twórczej aktywności matematycznej.